



**Contemporânea**

*Contemporary Journal*

3(3): 1575-1601, 2023

ISSN: 2447-0961

Artigo

## **ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM UM CURSO DE FORMAÇÃO DOCENTE: DA FICÇÃO À REALIDADE**

ANALYSIS OF THE USE OF MATHEMATICAL MODELING IN A TEACHER TRAINING COURSE: FROM FICTION TO REALITY

DOI: 10.56083/RCV3N3-023

Recebimento do original: 23/01/2023

Aceitação para publicação: 22/02/2023

### **Raphael Pereira**

Mestre em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)

Instituição: Faculdade Estácio de Vitória (FESV)

Endereço: Av. Dr. Herwan Modenese Wanderley, Nº 1001, Jardim Camburi, Vitória - ES,

CEP: 29092-095

E-mail: raphaelpharma@hotmail.com

**RESUMO:** Os resultados apresentados pelas avaliações em relação à qualidade da educação no Brasil revelam um quadro preocupante em relação ao ensino de matemática. A educação brasileira ainda solicita dos estudantes o uso excessivo da memorização pela repetição mecânica de algoritmos de forma desconectada das situações reais. A modelagem matemática vai na contramão dessa prática, pois é um processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade e o professor é importante para a condução desse processo. O objetivo desse estudo foi analisar a utilização da modelagem matemática em um curso de formação docente com base na inovação metodológica. A metodologia teve uma abordagem qualitativa com objetivos descritivos e procedimentos de campo. A amostra foi composta por 20 participantes de um curso de extensão destinado a estudantes do curso de Licenciatura em Pedagogia e professores da Educação Básica. A experiência com a modelagem matemática evidenciou algumas dificuldades dos participantes em várias etapas, mas eles consideraram essa metodologia interessante, já que nenhum deles a conhecia e tinham uma ideia muito discrepante do que era

1575



resolver um problema. Assim, metodologias ativas, como a modelagem matemática, são importantes para a construção do conhecimento, pois o professor age como um facilitador do processo e os estudantes vão estudar fazendo matemática e não simplesmente receber comandos para serem executados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem Matemática, Linguagem Matemática, Formação Docente.

**ABSTRACT:** The results presented by the evaluations in relation to the quality of education in Brazil reveal a worrying situation in relation to the teaching of mathematics. Brazilian education still asks students to overuse memorization by mechanically repeating algorithms in a way that is disconnected from real situations. Mathematical modeling goes against this practice, as it is a process of creating models in which the individual's action strategies on reality are defined, and the teacher is important for conducting this process. The aim of this study was to analyze the use of mathematical modeling in a teacher training course based on methodological innovation. The methodology had a qualitative approach with descriptive objectives and field procedures. The sample consisted of 20 participants of an extension course aimed at students of the Degree in Pedagogy and teachers of Basic Education. The experience with mathematical modeling showed some difficulties of the participants in several stages, but they considered this methodology interesting, since none of them knew it and had a very discrepant idea of what it was like to solve a problem. Thus, active methodologies, such as mathematical modeling, are important for the construction of knowledge, as the teacher acts as a facilitator of the process and students will study by doing mathematics and not simply receiving commands to be executed.

**KEYWORDS:** Mathematical Modeling, Mathematical Language, Teacher Training.



Artigo está licenciado sob forma de uma licença  
Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional.

## 1. Introdução

A educação brasileira persiste em solicitar dos estudantes, de maneira geral, o uso excessivo da memorização pela repetição mecânica de

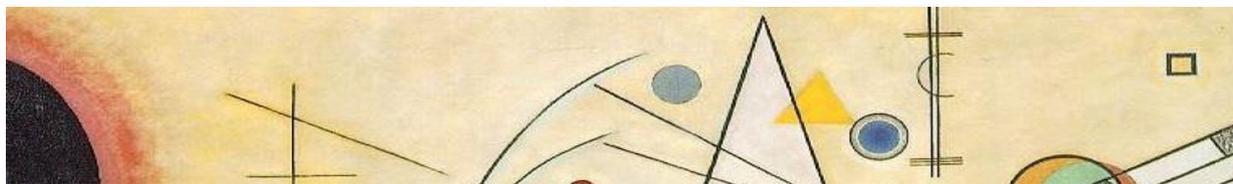


algoritmos e a padronização da resolução de problemas, tendo uma abordagem descontextualizada das situações sociais reais e uma mera aplicação de fórmulas (BURAK; ARAGÃO, 2012).

Os resultados apresentados pelas principais avaliações em relação à qualidade da educação no Brasil revelam um quadro preocupante no que concerne ao ensino de Matemática. O desempenho médio dos estudantes brasileiros no PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) em Matemática teve uma evolução no período entre 2003 e 2018 (2003 = 356, 2006 = 370, 2009 = 386, 2012 = 389, 2015 = 377 e 2018 = 384), mas a maior parte desse progresso ocorreu nos ciclos iniciais. Depois de 2009, o desempenho médio pareceu flutuar em uma tendência linear (BRASIL, 2020).

As informações geradas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) do Brasil, em 2021, indicam que há uma dificuldade dos estudantes no que se refere a um pensamento mais elaborado nas unidades temáticas: *Grandezas e Medidas, Números e Operações, Álgebra de Funções, Tratamento de Informações, e Espaço e Forma*. Percebe-se, então, que apenas 5,1% dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental contemplaram os níveis 8, 9 e 10, conforme a escala de proficiência definida pelo instrumento. Já para o 9º ano do Ensino Fundamental, observa-se que apenas 2,9% dos estudantes atingiram os objetivos dos níveis 7 e 8, sendo que no último nível (9) o percentual foi nulo. E, por fim, para a 3ª série do Ensino Médio, o percentual foi de 1,3% de estudantes que conseguiram se destacar nos níveis 8 e 9, porém para o nível 10 não se obteve nenhum destaque (BRASIL, 2022).

Essas informações direcionam o pensamento para uma reflexão sobre o papel da escola ao desenvolver o ensino e a aprendizagem de matemática: estudar sobre matemática é diferente de estudar fazendo matemática. Nesse contexto, o desafio atual é a prática de metodologias que possibilitem uma práxis pedagógica capaz de alcançar a formação do sujeito criativo, crítico,



reflexivo, colaborativo, capaz de trabalhar em grupo e resolver problemas reais. Aprender de maneira isolada não confere ao estudante a capacidade de aplicar o conhecimento por si só.

Ausubel (2003) afirma que as aulas desenvolvidas na escola devem ter uma ideia básica para que a aprendizagem seja significativa: considerar o que o estudante já sabe. Assim, o conhecimento se desenvolve a partir de uma relação ativa de associação entre o que já se sabe e o que ainda não se sabe. Essa relação é estabelecida de acordo com algumas condições: predisposição para aprender, conhecimentos prévios adequados (*subsunçores*) e materiais potencialmente significativos.

É nesse caminho que a modelagem matemática se apresenta. De acordo com Bassanezi (2015) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), a modelagem é o processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a sua realidade, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador. Esse conceito se aproxima da ideia da resolução de problemas proposta por Polya (1995), mas com um enfoque mais aprofundado.

Para a execução da modelagem matemática em sala de aula, é necessária uma formação que prepare os professores para tal ocasião. Por isso, diversos estudos têm se debruçado sobre a questão da formação docente e a utilização da modelagem matemática: Lozada, Mota e Viana (2022), Santos, Silva e Santos (2019), Mutti, Matioli e Klüber (2019), Silva e Almeida (2019), Mutti e Klüber (2018), Almeida, Silva e Ramos (2018), e Klüber e Tambarussi (2018). Isso se torna necessário, pois a formação inicial sobre essa metodologia ainda é bem tímida e precisa de uma certa segurança para que a prática da mesma seja exitosa.

Assim, o objetivo desse estudo foi analisar a utilização da modelagem matemática em um curso de formação docente com base na inovação metodológica.



## **2. Fundamentação Teórica**

### **2.1 A Modelagem Matemática e seus Propósitos**

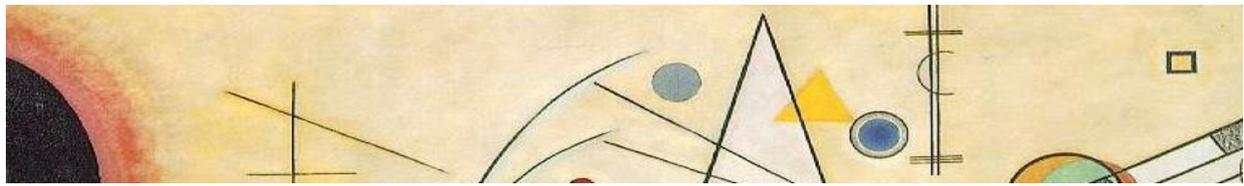
Modelagem, de acordo com D'Ambrósio (1986), é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial. Nesse sentido, Biembengut e Hein (2003, p. 16) complementam, afirmando que “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Na ciência, a noção de modelo é fundamental. No caso da matemática, sua arquitetura permite a elaboração de modelos matemáticos, oportunizando uma melhor compreensão, simulação e previsão do fenômeno estudado. Esse modelo pode ser construído a partir de expressões numéricas, fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações, tabelas, dentre outras possibilidades.

Assim, entende-se que a modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Esse modelo pode ser considerado um processo artístico, pois além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter criatividade e intuição para interpretar o contexto investigado.

Vários autores têm pesquisado sobre a modelagem matemática e a aprendizagem da modelagem matemática. Como exemplo, pode-se citar: Bassanezi (2011), Biembengut (2003), Klüber e Burak (2008), e Burak (2010). Esses pesquisadores possuem ideias convergentes sobre a modelagem matemática, porém se diferenciam nos procedimentos adotados para a construção do modelo matemático.

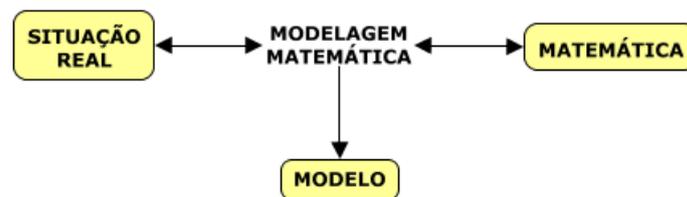
Biembengut e Hein (2014) explicitam que a elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático se restringe a uma matemática elementar, como aritmética e/ou



medidas, o modelo pode ficar limitado a esses conceitos. Isso significa que há uma relação direta entre o conhecimento matemático e o nível de sofisticação do modelo proposto para tentar responder ao problema apresentado, mas o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática.

Nesse sentido, os autores também apontam que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir, conforme a figura 1 apresentada a seguir.

Figura 1 - Esquema do processo de modelagem matemática



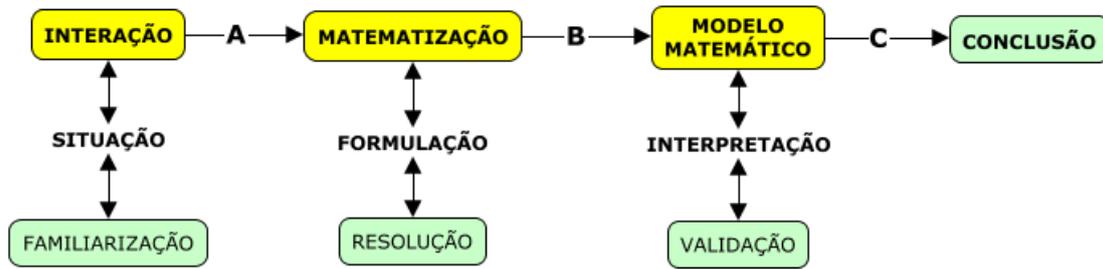
Fonte: Adaptado de Biembengut e Hein (2014).

Para que essa interação ocorra, é necessário envolver uma série de procedimentos, subdivididos em três etapas: interação, matematização e modelo matemático (BIEMBENGUT; HEIN, 2014). E é nessa abordagem que a pesquisa em questão se apoiou.

As etapas básicas para a construção de um modelo matemático são: a) *Interação*: reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (referencial teórico); b) *Matematização*: formulação do problema (construção de hipóteses) e resolução do problema em termos do modelo; c) *Modelo matemático*: interpretação da solução e validação do modelo (avaliação). A dinâmica do processo segue o fluxo apresentado na figura 2.



Figura 2 - Dinâmica da modelagem matemática



Fonte: Adaptado de Biembengut (1999).

A figura 2 mostra que, após a situação ser delineada para o estudo, deve-se realizar uma pesquisa sobre o assunto de forma indireta (livros, revistas, artigos científicos, dentre outros) ou direta (experiência de campo, dados obtidos por entrevistas com pessoas da área, dentre outros). Esse momento é importante para o reconhecimento e familiarização da situação-problema investigada.

A matematização é a etapa mais desafiante, dividindo-se em um momento de formulação de problema e outro de resolução. Nessa ocasião, há uma tradução da situação-problema para a linguagem matemática e habilidades como intuição e criatividade são necessárias para desenvolver essa etapa. A tabela 1 mostra alguns exemplos de elementos indispensáveis nesse processo.

Tabela 1 - Exemplos de elementos indispensáveis para a matematização

<b>FORMULAÇÃO DO PROBLEMA</b>	<b>RESOLUÇÃO DO PROBLEMA</b>
Objetivo: chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações, gráficos, programas computacionais	Objetivo: analisar, propor e discutir a resolução do problema proposto de acordo com o que foi planejado, baseando-se nas informações coletadas
<b>ELEMENTOS</b>	<b>ELEMENTOS</b>
Classificar as informações relevantes Identificar os fatos envolvidos	Analisar as informações geradas Conhecimento sobre as entidades matemáticas
Selecionar variáveis e constantes envolvidas Selecionar símbolos apropriados para as variáveis	Conhecimento sobre computação Organizar os dados coletados
Descrever as relações em termos matemáticos	Realizar esboços para a resolução do problema

Fonte: Adaptado de Biembengut e Hein (2014).



Na etapa de construção do modelo matemático, é necessária uma avaliação para verificar em que nível esse modelo proposto se aproxima da situação-problema apresentada e sua confiabilidade de utilização. Isso significa dizer que essa validação remete à análise do quão relevante e significativa é a solução.

Assim, se o modelo não atender às necessidades que o geraram, os procedimentos devem ser retomados à matematização, alterando o que for necessário, seja na formulação do problema ou na construção do modelo. É notável, em todo o processo, que a matemática é um movimento de construção e não de estagnação, pois não existe apenas uma resposta ou mesmo pode não ter uma resposta imediata.

Ao vivenciar o processo, os estudantes e os professores aproximam diversas outras áreas à área do conhecimento da matemática, reconhece a importância da matemática para a sua formação, desperta o interesse pela matemática e suas aplicações, melhora a aprendizagem de conceitos matemáticos e desenvolve a habilidade de resolver problemas de forma criativa. Nesse contexto, é possível trilhar para a direção da aprendizagem significativa (AUSUBEL, 1963).

## 2.2 As Contribuições da Modelagem Matemática na Educação Básica

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo que define os processos de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver em todas as modalidades da Educação Básica, alinhado com o que é apresentado no Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018).

A partir dessa orientação, a aprendizagem da matemática deve envolver a integração e a interdisciplinaridade entre as áreas do conhecimento, bem como aspectos relacionados ao trabalho, à ciência, à tecnologia e à cultura. Assim, algumas concepções no ensino de matemática

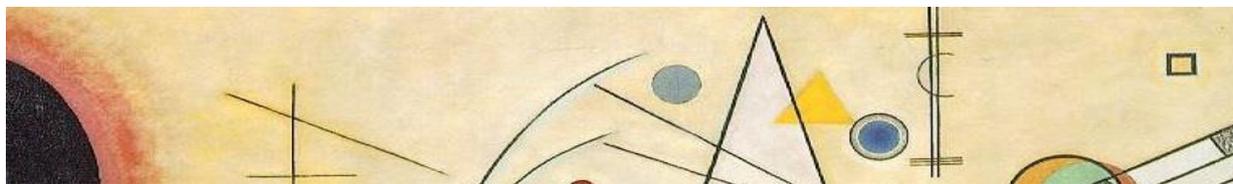


podem ser adotadas, visando o protagonismo do estudante no próprio processo de aprendizagem. Dentre elas, pode-se citar a história da matemática, a investigação matemática, a resolução de problemas, as tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC), a educação *maker* e a modelagem matemática.

Bassanezi (2002) afirma que o interesse pela matemática, inicialmente, provém de estímulos externos a ela, vindos do mundo real. Nessa perspectiva, a modelagem matemática pode ser tratada como um fazer pedagógico diferenciado, pois envolve o processo de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e obter resoluções que possam ser aplicadas ao mundo real.

A BNCC reafirma a importância do letramento matemático, pois as habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente são importantes para estabelecer relações, formular e resolver problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018). Os processos matemáticos presentes na modelagem são formas privilegiadas da atividade matemática, por isso ela funciona como objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de toda a Educação Básica.

Existem diversos estudos recentes que discutem a importância da modelagem matemática. Alguns deles estão presentes nas principais revistas e eventos da área da Matemática: I Congresso Internacional de Educação em Ciências e Matemática (2022), XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (2019), XIV Encontro Nacional de Educação Matemática (2022), Revista de Educação, Ciências e Matemática (2018), VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (2021) e VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (2018). Essas pesquisas evidenciam uma expressividade de resultados potencializadores com a utilização da modelagem matemática na Educação Básica, no Ensino Superior e na formação docente.



No estudo de Ficagna e Reisdoefer (2022), o objetivo era relatar como ocorreu as práticas como componentes curriculares, utilizando a modelagem matemática em uma atividade com estudantes do Ensino Médio. Percebeu-se que a metodologia possibilitou que os estudantes assumissem papel central nos processos de ensino e aprendizagem, construindo conhecimentos matemáticos contextualizados e provocando reflexões sobre o assunto em questão.

Silva e Palharini (2019) desenvolveram uma atividade em que o objetivo era estudar “qual o tamanho ideal do canudo para alcançar a maior distância?”, utilizando um “lançador de projétil” construído por meio de materiais e ferramentas, como cano PVC e elástico. Assim, como resultado, observou-se que a modelagem matemática viabilizou um maior interesse dos estudantes pelas aulas de Matemática, despertando sua curiosidade e propiciando a construção de conceitos matemáticos bem como a interlocução destes com outras áreas do conhecimento.

Marchesan e Gosenheimer (2019) observaram a experiência da modelagem matemática na captação da água da chuva em uma escola de Ensino Fundamental. Foi evidenciado que o projeto levantou hipóteses, dúvidas, desenvolveu o pensamento crítico, a análise, o aprendizado cooperativo, a tomada de decisões, a resolução de problemas, a liderança e a capacidade de comunicação e o pleno desenvolvimento das ações voltadas para a constituição de uma consciência de sustentabilidade.

É preciso salientar também que existem muitas pesquisas desenvolvidas no intuito de discutir a formação inicial e continuada do professor que ensina matemática, bem como sua prática docente. Moreira e David (2010) apontam a falta de articulação entre formação matemática e formação pedagógica como uma questão relevante a ser debatida a respeito da prática profissional do professor de Matemática. Nesse direcionamento, os autores diferenciam a matemática escolar da matemática acadêmica e



ênfatisam que conhecimentos são necessários para estruturar o conjunto de saberes da profissão do professor de Matemática.

Ter um equilíbrio na formação pedagógica e na formação matemática é extremamente necessário. Não basta saber os conteúdos se o professor não consegue conduzir o processo de ensino-aprendizagem. Da mesma forma, não se pode conduzir as aulas se o mesmo não possuir formação específica para desenvolver a linguagem matemática. Nesse contexto, nota-se a importância da formação continuada.

Um dos grandes entraves é a formação inicial do professor, pois os currículos das Licenciaturas em Matemática, em sua maior parte, ainda estão relacionados às amarras do cientificismo e ancorados no paradigma da ciência moderna. E mesmo com algumas mudanças de legislação e de postura pedagógica, nota-se uma separação entre os conhecimentos matemáticos e pedagógicos (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013).

Observa-se que, no contexto da Licenciatura em Pedagogia, os graduandos não possuem uma formação matemática suficiente para desenvolver pensamentos matemáticos mais avançados, já que o foco da atuação profissional é direcionado para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano). Além disso, existem poucas disciplinas que tratam da matemática, ficando restrito ao conhecimento mais básico da linguagem matemática e desenvolvendo a questão metodológica e prática de forma mais superficial. Por isso, há a necessidade de realização de cursos de formação continuada para melhorar a qualidade das aulas e do próprio corpo de conhecimento da matemática pelo professor.

Desenvolver a modelagem matemática em sala de aula, quando não se tem experiência ou mesmo segurança é sempre desafiador. Isso pode significar que a execução da aula nem sempre se traduz em sucesso. Assim, Fidelis (2005) mostrou em seu estudo que a postura do professor era de preocupação em cumprir o conteúdo, Dias (2005) identificou que a preocupação era com o tempo destinado à atividade, Barbosa (2001)



observou que a preocupação era focada na insegurança diante do novo e Roma (2003) identificou que a preocupação estava relacionada com a maior exigência do professor na preparação e no momento da aula.

Jolandek e Kato (2021) realizaram um estudo com o objetivo de identificar como os licenciandos de Matemática percebem o favorecimento do letramento matemático e suas competências em atividades de modelagem matemática. Assim, os licenciandos reconheceram, no primeiro momento, as competências do letramento matemático no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e que as discussões em grupo favorecem a formulação, representação e interpretação do problema. E no segundo momento eles observaram que o problema do contexto real favorece as competências do letramento matemático. Diante disso, verificou-se que as percepções se modificaram quando os licenciandos estavam na posição de estudante e quando estavam na posição de professor ao desenvolverem uma atividade de modelagem matemática.

Portanto, observa-se que existem potencialidades na utilização da modelagem matemática em sala de aula, mas para isso é necessário um engajamento do professor na condução da atividade. Isso quer dizer que há a necessidade de um planejamento, de uma formação e do “querer arriscar-se” para que essa prática seja exitosa no contexto da sala de aula.

### **3. Metodologia**

A pesquisa teve uma abordagem qualitativa com objetivos descritivos e procedimentos de campo. A amostra foi composta por 20 participantes de um curso de extensão destinado a estudantes do curso de Licenciatura em Pedagogia e professores da Educação Básica da região da Grande Vitória-ES. Ele ocorreu no formato síncrono pela plataforma da *Microsoft Teams*<sup>®</sup>, foi intitulado “*Da ficção à realidade: resolvendo problemas matemáticos reais no contexto escolar utilizando a modelagem matemática*” e realizado com o



apoio de uma Instituição de Ensino Superior privada da cidade de Vitória-ES no ano de 2020.

Para o desenvolvimento do curso, a proposta foi planejada em quatro momentos: I) Preparação dos materiais e divulgação do curso; II) Desenvolvimento da fundamentação teórica sobre a modelagem matemática; III) Experimentação da modelagem matemática em contextos diversos para o desenvolvimento de conceitos matemáticos; IV) Metanálise sobre o processo vivenciado e avaliação do curso.

Foram realizadas, durante o curso, quatro atividades de modelagem matemática, mas, para essa análise, foi selecionada apenas uma temática: “*O número do calçado*”. O objetivo dessa atividade foi desenvolver a capacidade de observação da simetria existente no corpo humano e a relação das medidas dos comprimentos dos pés e o número do calçado.

A coleta de dados se deu pelo acompanhamento da realização da atividade de modelagem matemática. Todos os procedimentos da modelagem matemática foram conduzidos pelo *chat* e pelo uso de formulários do *Google Forms*<sup>®</sup>.

A análise dos dados se deu pela técnica de análise de conteúdo. Para Bardin (2011, p. 47), o termo análise de conteúdo designa:

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando a obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2011, p. 47).

Nesse sentido, as categorias de análise foram as próprias etapas de condução da modelagem matemática apontadas por Biembengut e Hein (2014): interação, matematização e modelo matemático.



## 4. Análise e Discussão dos Dados

### 4.1 Etapa da Interação

É realizado o primeiro contato entre o estudante e a situação-problema e, caso haja necessidade, a busca de mais informações para uma melhor compreensão e familiarização do tema em questão.

Assim, para a execução da etapa, foi dado o comando para que se fizesse uma pesquisa na *Internet* sobre a relação entre as medidas dos comprimentos dos pés e o número do calçado. Após 20 minutos, foi compartilhado um texto selecionado previamente, contemplando informações e imagens sobre o conceito de sapato, sua origem, o cenário brasileiro e uma provocação sobre o sapato de salto alto. O texto utilizado é de autoria de Schemes (2006).

Finalizada a leitura do texto, iniciou-se o debate sobre o tema e a importância do momento experienciado. A seguir são apresentadas algumas declarações dos participantes:

**(A)** *"Muitas vezes, essa primeira etapa é deixada de lado já se iniciando a aula com a aplicação do conteúdo. No entanto, essa interação [...] vai motivar no estudante o interesse e participação durante o processo de ensino-aprendizagem [...]"*

**(B)** *"Achei muito legal esse texto, o fato da origem, eu sei que sapatos são antigos, mas não imaginava que vinha do período Paleolítico, ou seja, bem lá atrás mesmo".*

**(C)** *"Fiquei surpresa em descobrir, através da leitura do texto e interação na aula, que o uso do salto alto veio de origem no guarda-roupa masculino e mais ainda em saber que só veio para o público feminino através da luta por direitos iguais das mulheres".*

**(D)** *"O que mais me chamou atenção no texto lido sobre a história do sapato foi o fato de saber que o sapato de salto alto era utilizado*



*inicialmente apenas por homens [...], e outro ponto que me surpreendeu foi o fato dos escravos utilizarem o sapato como símbolo de prestígio após serem libertos”.*

**(E)** *“O texto foi super informativo, com muitas informações que eu ainda não conhecia, como por exemplo, que inicialmente, os homens que utilizavam o salto alto e várias outras curiosidades que eu ainda não tinha tido contato”.*

Observa-se, então, que as declarações evidenciam três perspectivas:

I) alguns participantes reconhecem a importância desse momento inicial de imersão para o desenvolvimento de um assunto (A); II) A maioria dos participantes, ao realizarem a análise sobre a primeira etapa vivenciada, focaram mais nas informações do texto apresentado pelo professor do que nas informações por eles pesquisadas na *Internet*. Isso pode indicar que os mesmos concentram o fazer das atividades a partir do comando do professor (B, C, D e E); III) Nenhum participante comentou sobre a relação entre as medidas dos comprimentos dos pés e o número do calçado, lembrando que esse foi o questionamento inicial para a pesquisa. Isso pode ser explicado pelo mesmo motivo do item II.

Um detalhe importante é o encantamento de se conhecer algo que não se tinha conhecimento ou era muito raso. As provocações do texto são elementos que desestabilizam os estudantes para a ancoragem do novo conhecimento ao conhecimento anterior.

#### 4.2 Etapa da Matematização

O objetivo é identificar modelos que podem explicar e/ou resolver o problema proposto. Para isso, são realizadas hipóteses, coletas numéricas a partir de medições e construção de modelos representados por conjuntos de expressões aritméticas, fórmulas, equações, gráficos ou programas



computacionais. Isso significa que esse momento oportuniza o estudar fazendo matemática, de forma ativa.

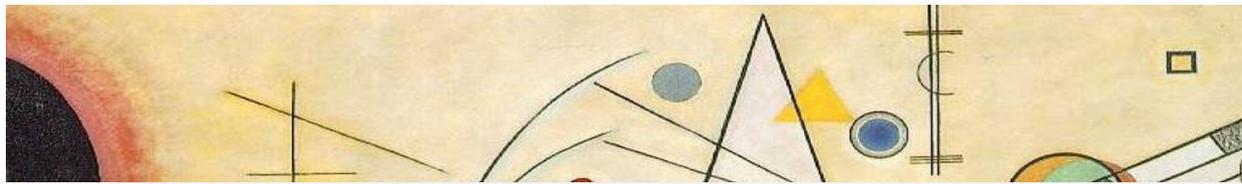
Nesse sentido, foi solicitada aos participantes a realização das medidas dos comprimentos dos dois pés e a informação do número do calçado que usam. O tempo gasto para essa execução foi de 30 minutos e as orientações foram as seguintes:

- Sente-se em uma cadeira e coloque os pés firmemente sobre uma folha de papel que seja grande o suficiente para fazer um traçado dos pés inteiros;
- Com um lápis, trace o contorno total dos seus pés;
- Com uma régua, meça o comprimento do traçado em centímetros (meça ambos os pés, do dedo maior até o calcanhar);
- Subtraia 0,1 cm das medidas obtidas para compensar a espessura do lápis;
- Com as medidas dos pés de todos os participantes realizadas, elabore uma tabela, relacionando o número do calçado de cada um com o respectivo tamanho médio do pé;
- Investigue a relação entre os valores obtidos anteriormente.

Os dados coletados foram organizados na tabela 2 para facilitar uma análise e manipulação mais consciente, observando os padrões existentes entre esse conjunto de dados.

Tabela 2 - Dados coletados sobre as medidas dos comprimentos dos pés e os números dos calçados

Número do calçado (ci)	Aumento do número do calçado ( $\Delta c$ )	Comprimento do pé direito (cm)	Comprimento do pé esquerdo (cm)	Comprimento médio dos pés (pi)	Aumento do comprimento dos pés ( $\Delta p$ )
34	0	22,50	23,00	22,75	0,00
35	1	22,90	23,30	23,10	0,35
35	0	22,90	23,00	22,95	0,15
36	1	23,70	23,50	23,60	0,65
36	0	21,50	20,00	20,75	2,85



37	1	22,30	22,30	22,30	1,55	
37	0	23,00	23,00	23,00	0,70	
37	0	22,50	23,50	23,00	0,00	
37	0	23,10	23,00	23,05	0,05	
38	1	24,00	25,00	24,50	1,45	
38	0	24,60	24,10	24,35	0,15	
38	0	24,50	24,50	24,50	0,15	
39	1	25,00	24,00	24,50	0,00	
39	0	25,00	24,80	24,90	0,40	
40	1	26,00	26,50	26,25	2,05	
40	0	26,10	26,30	26,20	0,05	
40	0	26,80	26,60	26,70	0,50	
42	2	26,80	27,00	26,90	0,20	
42	0	26,40	26,70	26,55	0,35	
43	1	27,80	27,50	27,65	1,10	
<b>Média</b>	<b>37,89</b>	<b>0,42</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>24,38</b>	<b>0,64</b>

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Após a coleta de dados, foram realizados cálculos para identificar a variação (aumento) entre os números dos calçados e também para o comprimento dos pés para se pensar em uma possível relação. Então, foi discutido quais conceitos matemáticos estão relacionados à ideia de relação. Daí surgiram alguns conceitos, como: fração, divisão e subtração. Não houve um apontamento sobre a ideia de magnitude entre as variáveis que, no caso, seria a razão matemática. Mas, pode-se considerar o conceito de fração como uma razão (esse fato não foi identificado pelos participantes do curso, então o professor fez a mediação para indicar a relação de proximidade entre divisão, fração e razão).

Para dar prosseguimento, realizou-se o cálculo da razão com os valores das variações dos números dos calçados e com os valores dos comprimentos dos pés:

$$\text{Razão: } \frac{\Delta p}{\Delta c} = \frac{0,64}{0,42} \rightarrow \text{Razão: } \frac{\Delta p}{\Delta c} = 1,52$$

Assim, para compor a função matemática que represente a relação entre o número do calçado e o comprimento dos pés, foi realizado um



desdobramento do conceito de variação ( $\Delta$ ), utilizando a razão matemática estabelecida anteriormente:

$$\text{Razão: } \frac{\Delta p}{\Delta c} = 1,52 \rightarrow \frac{p - p_i}{c - c_i} = 1,52$$

Para finalizar a construção do modelo matemático, também foram substituídos na fórmula os valores iniciais das variáveis número do calçado e comprimento dos pés:

$$\frac{p - p_i}{c - c_i} = 1,52 \rightarrow \frac{p - 24,38}{c - 37,89} = 1,52 \rightarrow 1,52c - 57,5928 = p - 24,38$$

$$p = 1,52c - 57,5928 + 24,38 \rightarrow p = 1,52c - 33,2128$$

$$\text{Modelo matemático proposto: } \mathbf{p = 1,52c - 33,21}$$

Os participantes ficaram com algumas dificuldades no que se refere aos conceitos empregados para realizar as relações, chamando a atenção para a questão da formação matemática. Eles ainda comentaram sobre as diferenças das dimensões dos pés e ficaram curiosos quando encontraram medidas diferenciadas para o pé direito e esquerdo.

#### 4.3 Etapa do Modelo Matemático

Verifica-se a validação do modelo que se obteve na etapa anterior (matematização) e analisa-se a confiabilidade de sua utilização na situação modelo e, caso não seja confiável, os estudantes e os professores deverão retornar à etapa anterior na busca de uma melhor adequação do mesmo.

O modelo matemático proposto na etapa anterior foi testado para que fosse possível avaliar sua confiabilidade. Os valores utilizados para a



realização dos cálculos foram obtidos a partir da tabela 2. Assim, foram realizados os seguintes cálculos:

- **Situação 1:** número do calçado: 34 e comprimento médio dos pés: 22,75

**Validação:**  $p = 1,52c - 33,21 \rightarrow p = 1,52.34 - 33,21 \rightarrow p = 51,68 - 33,21 \rightarrow p = 18,47$

**Análise:** A diferença encontrada para o comprimento dos pés foi:  $22,75 - 18,47 = 4,28$

- **Situação 2:** número do calçado: 38 e comprimento médio dos pés: 24,50

**Validação:**  $p = 1,52c - 33,21 \rightarrow p = 1,52.38 - 33,21 \rightarrow p = 57,76 - 33,21 \rightarrow p = 24,55$

**Análise:** A diferença encontrada para o comprimento dos pés foi:  $24,50 - 24,55 = -0,05$

- **Situação 3:** número do calçado: 40 e comprimento médio dos pés: 26,20

**Validação:**  $p = 1,52c - 33,21 \rightarrow p = 1,52.40 - 33,21 \rightarrow p = 60,80 - 33,21 \rightarrow p = 27,59$

**Análise:** A diferença encontrada para o comprimento dos pés foi:  $26,20 - 27,59 = -1,39$

- **Situação 4:** número do calçado: 42 e comprimento médio dos pés: 26,55

**Validação:**  $p = 1,52c - 33,21 \rightarrow p = 1,52.42 - 33,21 \rightarrow p = 63,84 - 33,21 \rightarrow p = 30,63$

**Análise:** A diferença encontrada para o comprimento dos pés foi:  $26,55 - 30,63 = -4,08$

- **Situação 5:** número do calçado: 43 e comprimento médio dos pés: 27,65



**Validação:**  $p = 1,52c - 33,21 \rightarrow p = 1,52.43 - 33,21 \rightarrow p = 65,36 - 33,21 \rightarrow p = 32,15$

**Análise:** A diferença encontrada para o comprimento dos pés foi:  
 $27,65 - 32,15 = -4,50$

Após a validação, observou-se que o modelo matemático foi válido já que se aproximou muito da realidade, mesmo com as variações existentes. Assim, foi perguntado: o que poderia ser feito para melhorar o modelo apresentado? Os participantes indicaram que existiam erros de medição e o próprio arredondamento contribuiu para os resultados mais distantes do real. Foi sugerida a realização de novas medições para reduzir os desvios reproduzidos pelo modelo.

Finalizada essa etapa, iniciou-se o debate sobre o modelo matemático proposto e a importância do momento experienciado. A seguir são apresentadas algumas declarações dos participantes:

**(A)** *"Poderíamos tentar outros valores, mas nunca dará o valor exato, pois cada pessoa tem sua particularidade de anatomia, por exemplo, mas ela vai se aproximar bastante [...]".*

**(B)** *"Realmente podemos testar vários valores, mas nunca dará o valor exato devido aos erros de medição".*

**(C)** *"Chegamos à conclusão que a fórmula matemática utilizada, apesar de possuir erros, ainda assim pode ser utilizada como parâmetro, pois trabalhamos com um número aproximado ao real [...]".*

**(D)** *"Muito interessante ver através da fórmula como os valores variam e entender como funciona as margens de erro".*

**(E)** *"[...] De certa forma podemos validar o modelo, pois é próximo, porém não são números exatos, porque existem erros".*

Assim, as declarações A, B, C, D e E indicam que houve um entendimento na avaliação da confiabilidade do modelo matemático proposto. Foi compreendido que há erros de medições envolvidos no



processo e que os mesmos podem ser reduzidos, melhorando a técnica de medida, por exemplo.

É importante pontuar que o sentimento dos participantes, no momento da resolução do problema, foi de grandiosidade, entendendo que a matemática é uma ferramenta que amplia as possibilidades. Muitos desses participantes solicitaram uma nova formação (focada mais nos conceitos matemáticos) para que pudessem se aprofundar mais. Isso demonstra o papel reflexivo do professor para aprimorar sua prática docente em sala de aula.

## **5. Conclusão**

Após as análises, o objetivo do estudo foi contemplado, pois mostrou que a modelagem matemática estimula a criatividade e o raciocínio. Ela oportuniza uma maior compreensão da aplicação da matemática em diversas áreas e desenvolve habilidades para resolver problemas para que os estudantes se sintam motivados a aprender de forma contínua.

Isso se mostra relevante, pois o letramento matemático proporciona aos estudantes reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber que a lógica matemática favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico.

A experiência com a modelagem matemática, nesse curso de formação, evidenciou algumas dificuldades dos participantes em várias etapas, mas eles consideraram essa metodologia interessante e diferente, já que nenhum deles a conhecia e tinham uma ideia muito discrepante do que de fato era resolver um problema no sentido problematizador.

Fica evidente que, em vários momentos da sala de aula, o processo de modelagem matemática é evocado. Basta, para isso, ter um planejamento com uma situação-problema real do próprio contexto, em que se estude fazendo matemática.



Portanto, a metodologia de ensino tradicional mostra-se insuficiente com a necessidade atual, ou seja, o modelo atual se apresenta saturado e os resultados apresentados por ele não funcionam isoladamente. As metodologias ativas, como a modelagem matemática, são importantes para a construção do conhecimento, pois o professor age como um facilitador do processo e os estudantes vão estudar fazendo matemática e não simplesmente receber comandos para serem executados.

Explorar a modelagem matemática é vivenciar o exótico e o familiar, a ficção e a realidade. Quando não conhecemos o objeto, ele é exótico, distante da realidade. Quando nos aproximamos do mesmo, ele vai se tornando familiar. E é nessa dinâmica de se distanciar e de se aproximar, nós vamos conhecendo a novidade, a mudança.



## Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; RAMOS, Daiany Cristiny. Sobre ensinar e aprender 'o fazer' modelagem matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais eletrônicos...** Foz do Iguaçu: 2018, p. 1-12. Disponível em: <[http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII\\_SIPEM/paper/view/486/536](http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/486/536)>. Acesso em: 05 fev. 2023.

ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York: Grune & Stratton, 1963.

\_\_\_\_\_. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

\_\_\_\_\_. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2011.

\_\_\_\_\_. **Modelagem matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

\_\_\_\_\_. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2014.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora da FURB, 1999.



BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no Pisa 2018**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes\\_e\\_examenes\\_da\\_educacao\\_basica/relatorio\\_brasil\\_no\\_pisa\\_2018.pdf](https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_examenes_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf)>. Acesso em: 06 fev. 2023.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Resultado do SAEB 2021**. Brasília, DF: INEP, 2022. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados>>. Acesso em: 13 fev. 2023.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_ver\\_saofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_ver_saofinal_site.pdf)>. Acesso em: 08 fev. 2023.

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27., 2010. Disponível em: <<http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelagem/article/view/2012/1360>>. Acesso em: 08 fev. 2023.

BURAK, Dionísio; ARAGÃO, Rosália M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRV, 2012.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1986.

DIAS, M. R. **Uma experiência com modelagem matemática na formação continuada de professores**. 2005. 199 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

FICAGNA, Natalia; REISDOEFER, Deise Nivia. Uma experiência utilizando a modelagem matemática no Ensino Médio. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, 1, 2022, Porto Alegre. **Anais eletrônicos...** Porto Alegre: 2022. Disponível em: <<https://editora.pucrs.br/edipucrs/acessolivre/anais/1687/assets/edicoes/2022/comp-list-docs.html>>. Acesso em: 08 fev. 2023.

FIDELIS, R. **Contribuições da modelagem matemática para o pensamento reflexivo: um estudo**. 2005. 178 p. Dissertação (Mestrado em



Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

JOLANDEK, Emilly Gonzales; KATO, Lilian Akemi. Favorecimento do letramento matemático por meio da modelagem matemática: percepções de licenciandos de Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2021, Uberlândia. **Anais eletrônicos...** Uberlândia: 2021. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/viiiisipemvs2021/361277-favorecimento-do-letramento-matematico-por-meio-da-modelagem-matematica--percepcoes-de-licenciandos-de-matematica/>>. Acesso em: 09 fev. 2023.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educ. Mat. Pesquisa**. São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/1642/1058>>. Acesso em:

08 fev. 2023.

KLÜBER, Tiago Emanuel; TAMBARUSSI, Carla Melli. A atuação do formador-formando num contexto de formação continuada de professores em modelagem matemática na Educação Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais eletrônicos...** Foz do Iguaçu: 2018, p. 1-12. Disponível em: <[http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII\\_SIPEM/paper/view/512/539](http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/512/539)>. Acesso em: 07 fev. 2023.

LOZADA, Cláudia de Oliveira; MOTA, Felipe Miranda; VIANA, Sidney Leandro da Silva. As percepções de futuros professores sobre a modelagem matemática e os enlaces com a concepção de D'Ambrósio e o conhecimento matemático para o ensino. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2022, Brasília. **Anais eletrônicos...** Brasília: 2022. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/>>. Acesso em: 07 fev. 2023.

MARCHESAN, Clarice Teresinha Bernardi; GOSENHEIMER, Sandra Mara. Modelagem matemática na captação da água da chuva na escola. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. **Anais eletrônicos...** Cuiabá: 2019. Disponível em: <<https://www.sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>>. Acesso em: 08 fev. 2023.



MEYER, João Frederico Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizete; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

MUTTI, Gabriele de Sousa Lins; KLÜBER, Tiago Emanuel. Práticas pedagógicas de professores da Educação Básica num contexto de formação continuada em modelagem matemática na Educação Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais eletrônicos...** Foz do Iguaçu: 2018, p. 1-13. Disponível em: <[http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII\\_SIPEM/paper/viewFile/385/532](http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/viewFile/385/532)>. Acesso em: 05 fev. 2023.

MUTTI, Gabriele de Sousa Lins; MATIOLI, Cristiane Elise Reich; KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem matemática segundo os professores de Matemática do núcleo regional de educação de Foz do Iguaçu. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. **Anais eletrônicos...** Cuiabá: 2019. Disponível em: <<https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/viewPDFInterstitial/1796/631>>. Acesso em: 07 fev. 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1995.

ROMA, J. E. **O curso de especialização em Educação Matemática da PUC-Campinas**: reflexos na prática pedagógica dos egressos. 2002. 208 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Campinas, 2003.

SANTOS, Edilaine Regina dos; SILVA, Fernanda Felix; SANTOS, Alisson Henrique dos. Familiarização dos alunos com modelagem matemática: uma experiência na licenciatura em Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. **Anais eletrônicos...** Cuiabá: 2019. Disponível em: <<https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/download/845/1648>>. Acesso em: 07 fev. 2023.

SCHEMES, Claudia. **Pedro Adams Filho**: empreendedorismo, indústria calçadista e emancipação de Novo Hamburgo. 2003. 446 p. Tese (Doutorado em História) - PUCRS. Porto Alegre, 2006.



SILVA, Ariel Cardoso da; PALHARINI, Bárbara Nivalda. Lançamento de canudos: uma atividade de modelagem matemática proposta para o ensino de função do segundo grau para a Educação Básica. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ, 2, 2019, Cornélio Procópio. **Anais eletrônicos...** Cornélio Procópio: 2019. Disponível em: <<https://editora.pucrs.br/edipucrs/acessolivre/anais/1687/assets/edicoes/2022/comp-list-docs.html>>. Acesso em: 08 fev. 2023.

SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; Lourdes ALMEIDA, Maria Werle de. Formação do professor de Matemática no contexto de atividades de modelagem matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. **Anais eletrônicos...** Cuiabá: 2019. Disponível em: <<https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/download/2105/661>>. Acesso em: 07 fev. 2023.